VSWR, Return-Loss, Gamma osv.

Hva betyr disse?
Hvor viktig er de?

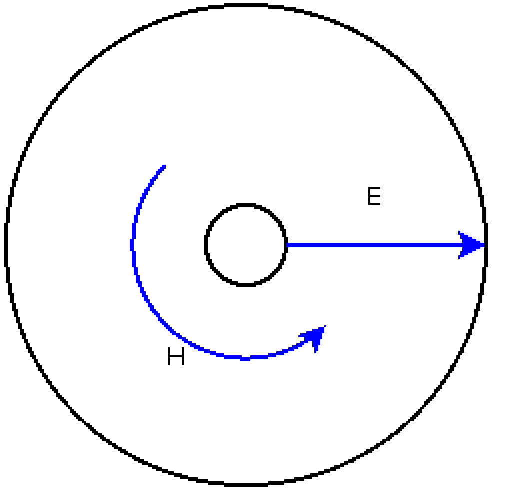
- Transmisjonslinje
- Terminering
- Måling
- VSWR og effektoverføring

Transmisjonslinje

- Signalet skal fra sender til antenne
- Avstanden er gjerne > 0.1 av bølgelengden
- Vi vil ha så mye som mulig igjennom
- Samme betraktninger ved mottak

Tverrsnitt av en koaksialkabel

- Elektrisk felt E
- Energilagring tilsvarer
  en kapasitans
- Magnetisk felt H
- Energilagring tilsvarer
  en induktans
- Lekkasje i dielektrikum
- Tidsavhengighet i dielektrikum
- Resistans i lederne
- «Skin-effect»



Linjas elementer

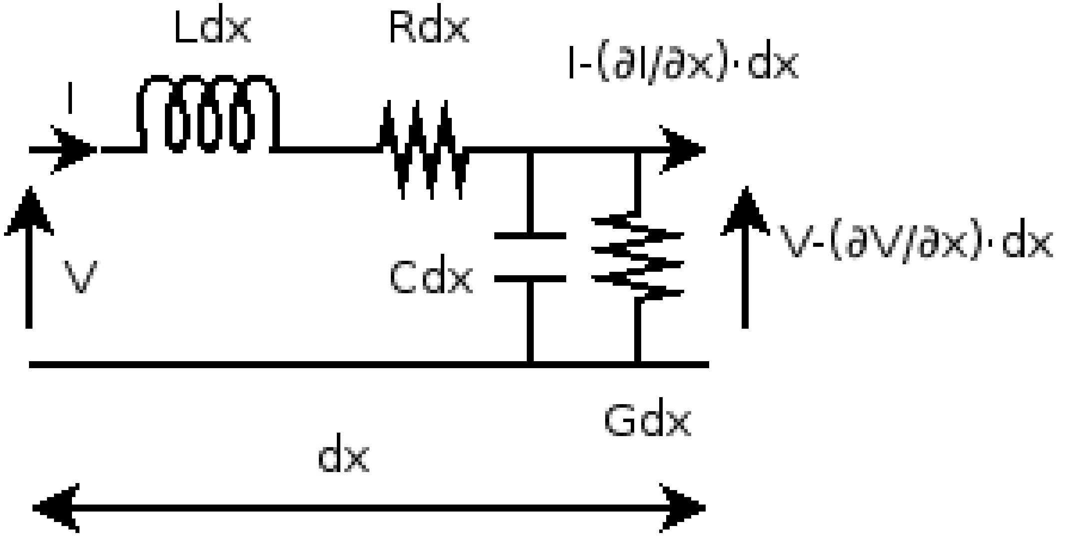
- R: tap I lederne, inkludert skin-effekt [Ω/m]
- G: Lekkasje og polarisasjons-tap i dielektrikum mellom lederne [S/m]
- C: Kapasitans mellom lederne, energilagring i det elektriske feltet [F/m]
- L: Induktans i lederne, energilagring i det magnetiske feltet [H/m]

Skin effect

- Det elektriske feltet trenger bare såvidt inn i en god leder som f.eks. kobber.
- Inntrengningnen er eksponensiell:
- Feltet avtar som $E(u) = E0 \exp(-u/\delta)$ med avstand u inn i lederen fra overflaten.
- Avstanden δ beror på frekvensen og ledningsevnen:
- $\delta = \text{sqrt}(2 / (\mu \cdot \sigma \cdot \omega))$
- Permeabilitet $\mu = 4\pi E\text{-}7$ H/m
- Ledningsevne $\sigma = 5.8E7$ S/m for kobber
- Ved 1 MHz er $\delta = 0.066$mm, dvs bare de ytterste 0.066 mm av lederen blir «utnyttet».
- Ved 1 GHz er $\delta = 2.1$ µm = 0.0021mm
- Reduksjonen I effektivt tverrsnitt forklarer noe av de tapene som øker med frekvensen, som man observerer i praksis.

Et kort stykke av kabel

- Lengde dx, L·dx, R·dx, C·dx, G·dx



$\partial V/\partial t$ og $\partial V/\partial x$?

- Partielle deriverte, V er funksjon av både tid t og posisjon x: V(t, x)
- $\partial V/\partial t$ er hvordan V forandrer seg over tid på ethvert sted x=X
- $\partial V/\partial x$ er hvordan V forandrer seg langsetter linja på ett bestemt tidspunkt t=T
- Uttrykket $\partial^2 V/\partial x^2$ betyr at derivasjon er gjort to ganger.

Fra den ene til den andre ende

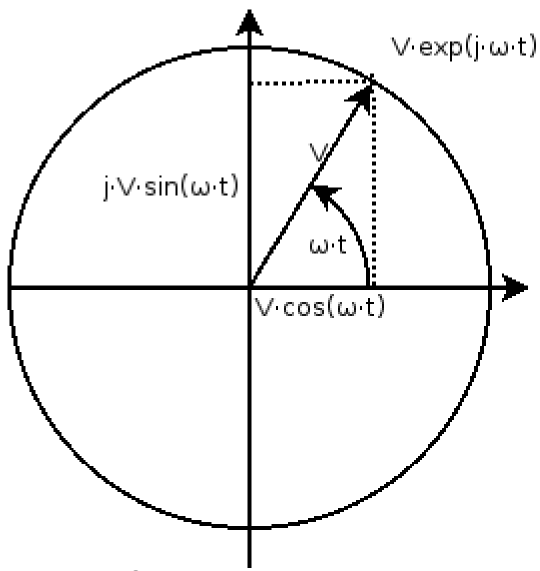
- Vi ser på en kort bit av linja. Lengde dx.
- Strømmens forandring fra den ene enden til den andre:
- $\partial I/\partial x = – V·G – C·\partial V/\partial t$
- Spenningsfallet fra den ene enden til den andre:
- $\partial V/\partial x = – I·R – L·\partial I/\partial t$
- Gjensidig avhengige, varierer med tid t og sted x

«Vekselstrøm», viktig spesialtilfelle:

- Radiosignaler
- Spektrum, spektralanalysator
- Fourier-transform:
- Spektrum: $H(\omega) = \mathcal{F}(h(t))$
- Superposisjon, signaler kan adderes:
- $\mathcal{F}(a \cdot h(t)+b \cdot g(t)) = a \cdot H(\omega) + b \cdot G(\omega)$
- Vinkelfrekvens $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$

«Vekselstrøm», viserdiagram:

- Frekvens f, vinkelfrekvens $\omega = 2\cdot\pi\cdot f$
- $V(t) = |V|\cdot\exp(j\cdot\omega\cdot t) = |V|\cdot(\cos(\omega\cdot t) + j\cdot\sin(\omega\cdot t))$



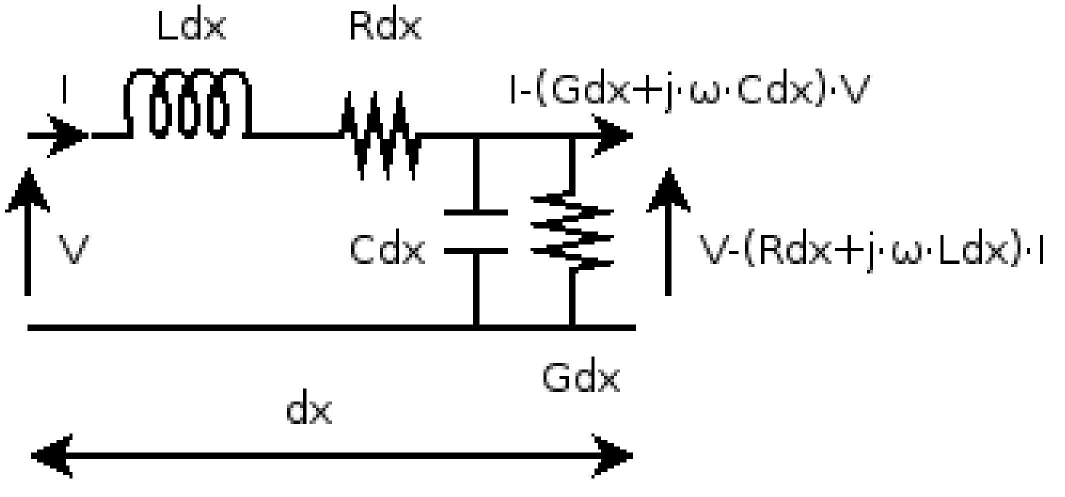
Øyeblikksbilde på et tidspunkt t

Mer «Vekselstrøm»

- Frekvens f, vinkelfrekvens $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$
- $I(t) = I \cdot \exp(j \cdot \omega \cdot t) = I \cdot (\cos(\omega \cdot t) + j \cdot \sin(\omega \cdot t))$
- $\partial I(t)/\partial t = j \cdot \omega \cdot I \cdot \exp(j \cdot \omega \cdot t) = j \cdot \omega \cdot I(t)$
- Tidsderiverte er de samme, med 90° faseforskjell, j. Sinus og cosinus bytter plass.
- Som kjent, $j^2 = -1$, tilsvarer 180°
- Tilsvarende for spenningen:
- $V(t) = V \cdot \exp(j \cdot \omega \cdot t)$
- $\partial V(t)/\partial t = j \cdot \omega \cdot V(t)$

Det korte stykket av kabelen

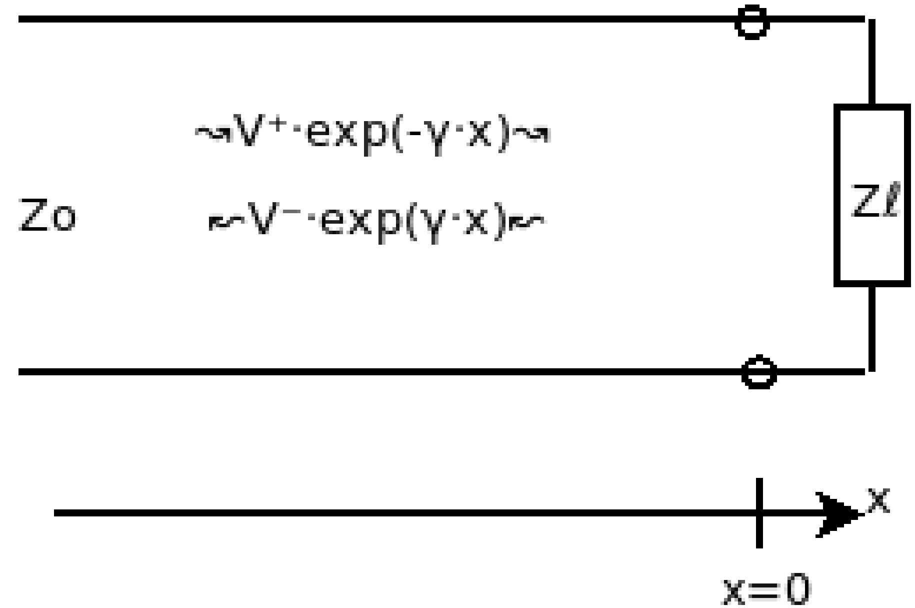
- Lengde dx, L·dx, R·dx, C·dx, G·dx



Gjensidig avhengighet

- Strømmens forandring fra den ene enden til den andre blir nå:
- $\partial I/\partial x = -(G + j \cdot \omega \cdot C) \cdot V$
- Deriver mht x en gang til:
- $\partial^2 I/\partial x^2 = -(G + j \cdot \omega \cdot C) \cdot \partial V/\partial x$
- Spenningsfallet fra den ene enden til den andre:
- $\partial V/\partial x = -(R + j \cdot \omega \cdot L) \cdot I$
- Sammenstilt gir det ligningene:
- $\partial^2 I/\partial x^2 = (R + j \cdot \omega \cdot L) \cdot (G + j \cdot \omega \cdot C) \cdot I = \gamma^2 \cdot I$
- $\partial^2 V/\partial x^2 = \gamma^2 \cdot V$
- der: $\gamma^2 = (R + j \cdot \omega \cdot L) \cdot (G + j \cdot \omega \cdot C)$
- Ligninger av denne formen kalles bølgeligninger.

Løsningen på bølgeligningene



- $V(x) = V^{+}\cdot\exp(-\gamma\cdot x) + V^{-}\cdot\exp(\gamma\cdot x)$
- $I(x) = I^{+}\cdot\exp(-\gamma\cdot x) - I^{-}\cdot\exp(\gamma\cdot x)$
- $\gamma = \mathrm{sqrt}(\,(R + j\cdot\omega\cdot L)\cdot(G + j\cdot\omega\cdot C)\,)$
- $V^{+} = |V^{+}|\cdot\exp(j\cdot\omega\cdot t)$
- Tilsvarende for I^{+}, V^{-}, og I^{-}
- V^{+} og I^{+} tilhører bølgen forover fra sender
- V^{-} og I^{-} tilhører bølgen bakover fra belastningen, (senderantenna)
- Forholdet $\Gamma=V^{-}/V^{+}$ er refleksjonsfaktoren
- Γ, V^{+}, I^{+}, V^{-}, og I^{-} er komplekse tall, amplityde og fasevinkel.

Dempning og bølgetallet

- $\gamma^2 = (R + j \cdot \omega \cdot L) \cdot (G + j \cdot \omega \cdot C)$
- $\gamma = \mathrm{sqrt}((R + j \cdot \omega \cdot L) \cdot (G + j \cdot \omega \cdot C))$
- $\gamma = \alpha + j \cdot \beta$
- $V^+ \cdot \exp(-\gamma \cdot x) = V^+ \cdot \exp(-\alpha \cdot x - j \cdot \beta \cdot x) =$

  $V^+ \cdot \exp(-\alpha \cdot x) \cdot \exp(-j \cdot \beta \cdot x)$
- $\exp(-\alpha \cdot x)$ er dempning, skyldes R og G
- $\exp(-j \cdot \beta \cdot x)$ er bølgetallet.

Dempning og bølgelenge i praksis

- $\exp(-\alpha \cdot x)$ er dempning
- Enheten til α er neper/m, forkortet np/m
- α [dB/m] = α [np/m]$\cdot 20 \cdot \log(e)$ = α [np/m]$\cdot 8.6859$
- $\exp(-j \cdot \beta \cdot x)$ er bølgetallet.
- Enheten til β er radianer/m
- $\lambda = 2 \cdot \pi / \beta = 6.283/\beta$ **=** bølgelengden I kabelen [m]
- Ofte ca. 2/3 av bølgelengden I vacuum
- Enkel frekvensavhengighet: $\beta \approx \omega \cdot \mathrm{sqrt}(L \cdot C)$

Karakteristisk impedans (1)

- $I(x) = I^{+} \cdot \exp(-\gamma \cdot x) - I^{-} \cdot \exp(\gamma \cdot x)$
- $I(x) = (\gamma/(R + j \cdot \omega \cdot L)) \cdot (V^{+} \cdot \exp(-\gamma \cdot x))$

  $- (\gamma/(R + j \cdot \omega \cdot L)) \cdot (V^{-} \cdot \exp(\gamma \cdot x)))$
- $Yo = \gamma/(R + j \cdot \omega \cdot L)$ admittans ($Y=1/Z$)
- $Zo = (R + j \cdot \omega \cdot L)/\gamma$ impedans
- $Zo = \mathrm{sqrt}(\ (R + j \cdot \omega \cdot L)/(G + j \cdot \omega \cdot C)\ )$
- $Zo = V^{+}/I^{+} = V^{-}/I^{-}$
- Zo er en kompleks verdi: $Zo = Ro + j \cdot Xo$

Karakteristisk impedans (2)

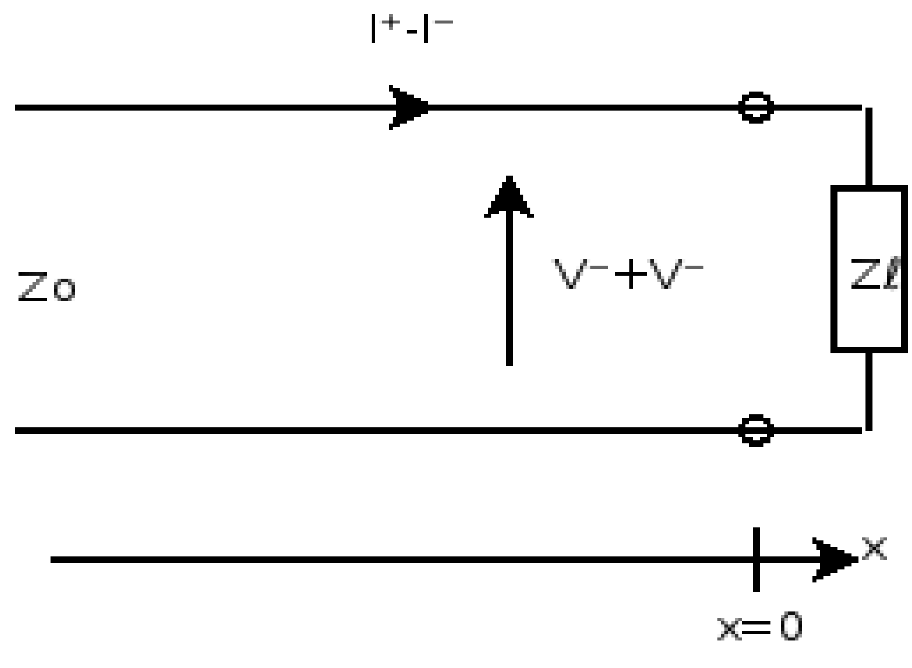
- Zo er kompleks og frekvensavhengig; fra definisjonen av γ kan man finne:
- Zo = sqrt(L/C)·(1-j·(α/β))
- Kapasitiv
- I de mange vanlige tilfeller der α/β<< 1 kan man sette:
- Zo = sqrt(L/C)
- Lave tap I kabelen generellt
- Lave frekvenser så frekvensavhengige tap ikke er merkbare

Om noen kabeltyper

- RG213, RG58C, RG174 er alle tre oppgitt med
- Zo=50Ω λ/λ0 = 0.66 C = 101pF/m
- Som kjent har de forskjellige diameter, og det gir dem forskjellige andre egenskaper:
- Type Diam. Max. Dempning dB/100m ved:
- Spenning 1 10 100 1000 MHz
- RG213 10mm 3700V 0.7 2.0 6.9 26.9
- RG58C 5mm 1400V 1.4 4.6 16.1 71
- RG174 2.6mm 1100V 6.2 10.8 27.5 111
- Økt dempning med økt frekvens fra økende tap i diektrikum og noe skin-effect.
- (tallene er fra ARRL Antenna Handbook 19ed page 24-19)

Hva har vi i endene?

- Vi forutsetter en generator I den ene enden, og ingen refleksjon der.
- I den andre enden derimot, kan vi ha hva som helst som beskrives som en impedans $Z\ell = V\ell / I\ell$



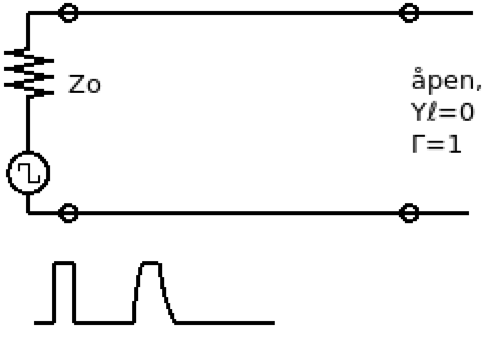
- En antenne f.eks.

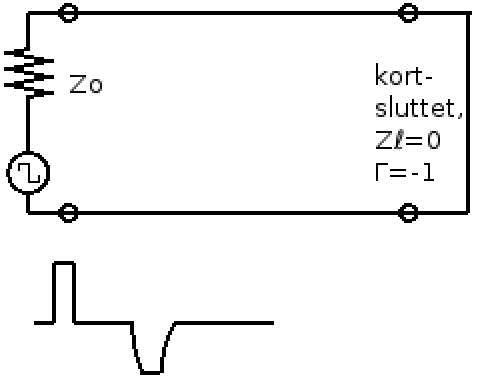
Mer om det i enden?

- «Noe» med impedans $Z\ell = V\ell / I\ell$
- Spenningen her: $V\ell = V^+ + V^- = V^+ \cdot (1+\Gamma)$
- Strømmen her: $I\ell = I^+ – I^- = V^+/Zo – V^-/Zo$
- $I\ell = (1/Zo) \cdot (V^+ – V^-) = (1/Zo) \cdot (V^+(1-\Gamma))$
- $Z\ell = V\ell / I\ell = Zo \cdot (V^+ + V^-) / (V^+ - V^-)$
- Med refleksjonsfaktoren, $\Gamma = V^-/V^+$ får man:
- $Z\ell = Zo \cdot (1+\Gamma) / (1-\Gamma)$
- $\Gamma = (Z\ell – Zo) / (Z\ell + Zo)$
- Komplekse tall som beskriver amplitude og fasevinkel.

Eksempel med lang kabel

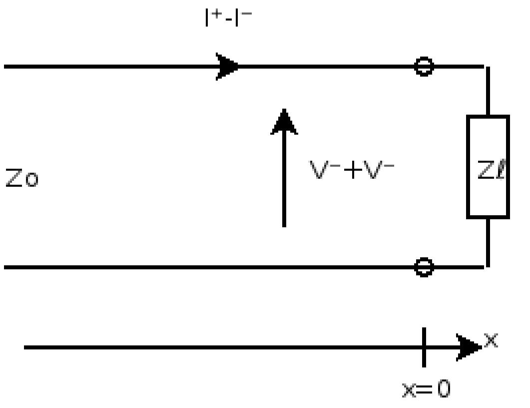
- Sender inn en puls, som varer I 500 ns.
- Refleksjon kommer tilbake etter noen hundre ns.





- Refleksjonens polaritet er forskjellig.

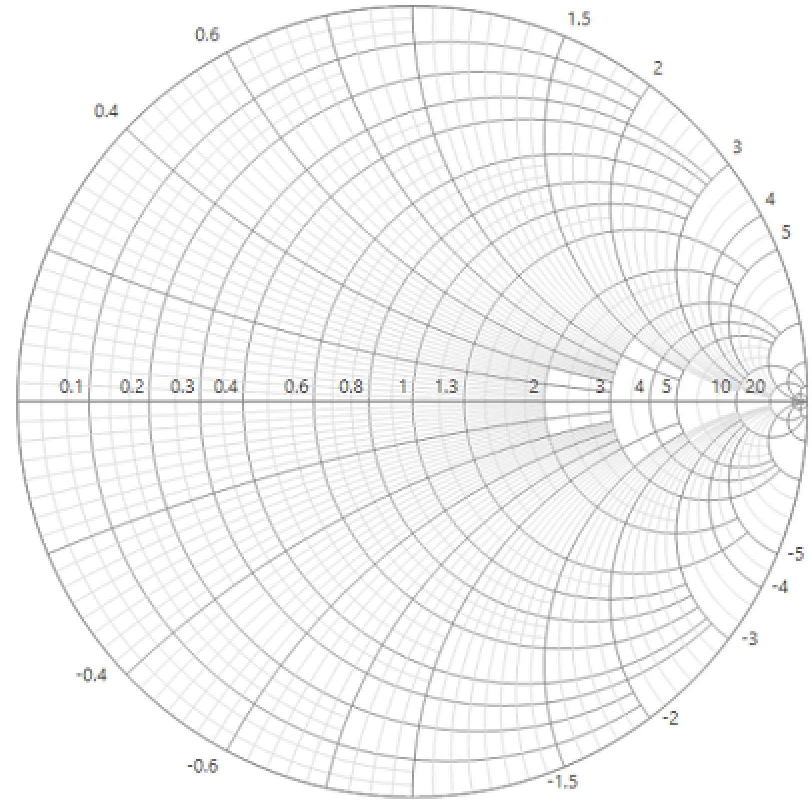
Terminering



- Ved lasten (antenna):
- $\Gamma\ell = V^{-}/V^{+} = (Z\ell - Zo) / (Z\ell + Zo)$
- Ved avstand x bakover fra lasten:
- $Vi^{+} = V^{+}\cdot\exp(j\cdot\beta\cdot x+\alpha\cdot x)$
- $Vi^{-} = V^{-}\cdot\exp(-j\cdot\beta\cdot x-\alpha\cdot x)$
- $\Gamma i = Vi^{-}/Vi^{+} = V^{-}/V^{+}\cdot\exp(-j\cdot 2\cdot\beta\cdot x-2\cdot\alpha\cdot x)$
- $\Gamma i = \Gamma\ell\cdot\exp(-j\cdot 2\cdot\beta\cdot x-2\cdot\alpha\cdot x)$
- Faktoren 2 er fra 1 gang ut og 1 gang tilbake.
- Γi gjentar seg for hver halve bølgelengde, hver $\lambda/2 = 2\cdot\pi/(2\cdot\beta)$
- $Zi = Zo \cdot (1+\Gamma i) / (1-\Gamma i)$

Smith Chart(1)

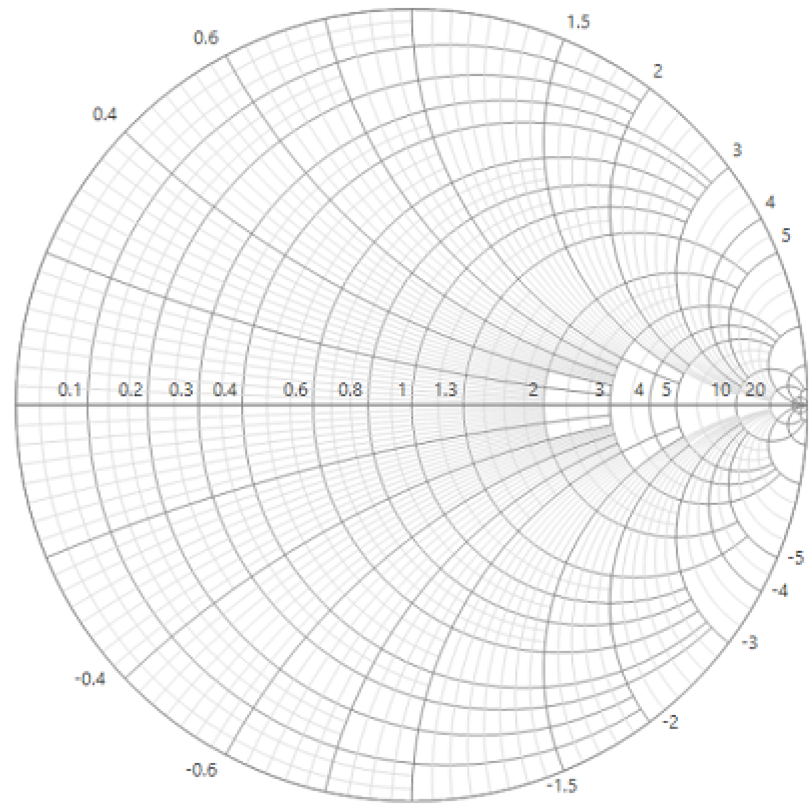
- Én-til-én sammenheng mellom Z og Γ
- Viser grafisk sammenhengen:
- $\Gamma = (Z - Z_o) / (Z + Z_o)$
- $Z = Z_o \cdot (1+\Gamma) / (1-\Gamma)$
- Normalisert: $z = Z/Z_o = (1+\Gamma) / (1-\Gamma)$
- Blir uavhengig av 50Ω eller 75Ω
  eller hva ellers Z_o i systemet skulle være.



- Polart plott av $\Gamma = \rho \cdot \exp(j \cdot \theta) = |\Gamma| \cdot \exp(-2 \cdot \alpha \cdot x) \cdot \exp(-j \cdot 2 \cdot \beta \cdot x)$

Smith Chart (2)

- $z = R/Z_o + j\cdot X/Z_o = r + j\cdot\chi$,
  normalisert resistans og reaktans
- Polart plott av $\Gamma = \rho\cdot\exp(j\cdot\theta)$
- $= |\Gamma|\cdot\exp(-2\cdot\alpha\cdot x)\cdot\exp(-j\cdot 2\cdot\beta\cdot x)$
- Overlagt kurver for tilsvarende konstant r og χ
- R, r, X, χ, og dermed Z og z, kan bli uendelige,
  Γ holder seg innenfor enhetssirkelen, $\rho = |\Gamma| \leq 1$



- Faktoren $\exp(-j\cdot 2\cdot\beta\cdot x)$ tilsier at én runde tilsvarer en halv bølgelengde, $x = (2\cdot\pi)/(2\cdot\beta) = \lambda/2$

Kvartbølge (1)

- En halv runde på Smith-chart tilsvarer at man har flyttet seg $x = (\pi)/(2\cdot\beta) = \lambda/4$ langs kabelen.
- Såpass korte lengder av kabel kan ansees å ha ubetydelige tap: $\alpha\cdot x \approx 0$, $\exp(-2\cdot\alpha\cdot x) \approx 1$
- Dermed er $\Gamma i = \Gamma\ell\cdot\exp(-j\cdot 2\cdot\beta\cdot x)$ og for x som ovenfor:
- $\Gamma i = \Gamma\ell\cdot\exp(-j\cdot 2\cdot\beta\cdot(\pi)/(2\cdot\beta)) = \Gamma\ell\cdot\exp(-j\cdot\pi) = -\Gamma\ell$
- Γ har skiftet fortegn, som forventet.
- Γ Impedansen: $Z\ell = Zo\cdot z\ell = Zo\cdot(1+\Gamma\ell) / (1-\Gamma\ell) =$ $\mathbf{Zo\cdot(R\ell/Zo + j\cdot X\ell/Zo)}$
- $Zi = Zo \cdot (1+\Gamma i) / (1-\Gamma i) = Zo \cdot (1-\Gamma\ell) / (1+\Gamma\ell) = Zo/(R\ell/Zo + j\cdot X\ell/Zo)$
- Etter litt algebra: $Zi =$ $\mathbf{Zo/R\ell - j\cdot Zo/X\ell}$

Kvartbølge (2)

- $Z_i = Z_o/R_\ell - j \cdot Z_o/X_\ell$
- Invers resistans, og reaktansen har skiftet fortegn: induktiv er blitt kapasitiv og omvendt.
- Spesialtilfeller: Åpen, uendelig R_ℓ transformeres til kortslutning $R_\ell=0$ og motsatt.
- Resistiv impedans R_ℓ/Z_o transformeres til Z_o/R_ℓ
- Omforming mellom forskjellive systemer med Z1 og Z2, kvartbølgetransformatoren har Zx:
- $Z1/Zx = Zx/Z2$, gir $Zx = \mathrm{sqrt}(Z1 \cdot Z2)$
- Mellom 50 Ω og 75 Ω blir det Zx=61.2 Ω

Tilpasning

- Refleksjon:
- $\Gamma = V^{-}/V^{+} = (Z\ell - Zo) / (Z\ell + Zo)$
- Åpen: $Z\ell$ = stor, $\Gamma = 1$, total refleksjon
- Kortslutning: $Z\ell = 0$, $\Gamma = -1$, total refleksjon
- Tilpasning: $Z\ell = Zo$, $\Gamma = 0$, ingen refleksjon.
- Dette er idealet man gjerne er ute etter – her går all energien gjennom til antenna.
- Antenne-impedansen kan være omtrent hva som helst
- Avhenger av antennas utforming, størrelse plassering osv.
- Tilpasningen gjøres best nærmest denne.

Midler for tilpasning

- Vanligvis har man en reaktiv last, $Z_\ell = R_\ell + j \cdot X_\ell$
- Frekvensavhengig, som regel er man interessert i god tilpasning i amatør-radio-båndene.
- For å oppnå tilpasning kan man bruke transformator, (inkl. kvartbølge-transformator), reaktive komponenter i L, T, eller Pi-formasjon.
- Mange andre muligheter og metoder finnes også.
- Automatiserte antenne-tunere, måler Γ eller VSWR, og justerer spoler og kondensatorer for å oppnå best tilpasning.

Måleapparater

- SWR-meter viser utstrålt og returnert effekt.
- Måling av refleksjonsfaktor etc. med:
- Nettverksanalysator, skalar eller vektor-
- «Antenne-analysator», en litt enklere variant.
- Målingene er som oftest mest presise nær tilpasning, lavt VSWR, eller små verdier av Γ.

Nettverksanalysator

- Sender et signal inn i et nettverk med 1 eller 2 porter måler hva som kommer tilbake.
- Bruker gjerne et Smith Chart til å vise refleksjon som funksjon av frekvens, dermed ser man den tilsvarende impedans også.
- S11 tilsvarer refleksjonsfaktoren i port 1 når port 2 er terminert I Zo.
- S21 er hvor mye av signalet som gikk igjennom fra port 1 til port 2.
- S11 og S21 er komplekse tall, viser amplitude og faseskift.
- S-parametere baserer seg på at man har bølger tilsvarende V^+ og V^- som går inn i og kommer ut av nettverkets porter.

Eksempel: komponent

- Eksempel med mangetørn variabel motstand, 0 til 100 Ω
- Viser seg å ha en god del ekstra induktans.
- Ganske enkel ved 50 kHz
- Blir veldig reaktiv over 500 kHz
- Konklusjon: for det meste anvendelig for audio-frekvenser.

Eksempel: Antenne

- Resonansfrekvensen avhenger av lengden
- Mest lesbart plott ved sweep over smalt frekvensbånd.
- Lengde av kabel vises godt.

VSWR

- Forholdet mellom høyeste og laveste spenning I stående bølger:
- VSWR = $|V^{+} + V^{-}| \,/\, |V^{+} - V^{-}|$
- VSWR = $(1+|\Gamma|)/(1-|\Gamma|)$
- VSWR er praktisk brukt, med «slotted line» målinger kunne man måle $|V^{+} + V^{-}|$ og $|V^{+} - V^{-}|$ og derav beregne VSWR.
- $\Gamma = 0$ tilsvarer VSWR=1.0

Effektgrense og maks-spenning

- Kablene har en maksimal-spenning.
- $V = \mathrm{sqrt}(P \cdot Zo \cdot VSWR)$ Effektiv-verdi
- $Vp = \mathrm{sqrt}(2 \cdot P \cdot Zo \cdot VSWR)$ Spiss-verdi
- Eksempel, 100W, VSWR=2.0
- $Vp = \mathrm{sqrt}(2 \cdot 100W \cdot 50\Omega \cdot 2.0) = 141V$

Effektoverføring

- Levert effekt: $Pd = |V^+|^2 / (2 \cdot Zo) \cdot (1 - |\Gamma|^2)$
- Reflektert effekt: $Pr = |V^+|^2 / (2 \cdot Zo) \cdot |\Gamma|^2$
- Tilgjengelig effekt: $P = |V^+|^2 / (2 \cdot Zo)$
- Return Loss I dB = $10 \cdot \log(|\Gamma|^2)$
- Tabell, med $|Z|$, $|\Gamma|$, VSWR, effekt reflektert, effekt overført, fra $0.1 \cdot Zo$ til $10 \cdot Zo$.

Reflektert og levert effekt

Resistans Terminering	Refl. faktor	Return Loss	VSWR	Effekt, brøkdel av sendereffekt: Reflektert	Levert	Levert, dB
Z= 5.0 Ω	|Γ|=-0.82	RL= -1.74 dB	VSWR=10.00	Pr=0.67	Pd=0.33	PL= -4.81 dB
Z= 10.0 Ω	|Γ|=-0.67	RL= -3.52 dB	VSWR=5.00	Pr=0.44	Pd=0.56	PL= -2.55 dB
Z= 16.7 Ω	|Γ|=-0.50	RL= -6.03 dB	VSWR=3.00	Pr=0.25	Pd=0.75	PL= -1.25 dB
Z= 25.0 Ω	|Γ|=-0.33	RL= -9.54 dB	VSWR=2.00	Pr=0.11	Pd=0.89	PL= -0.51 dB
Z= 33.3 Ω	|Γ|=-0.20	RL= -13.96 dB	VSWR=1.50	Pr=0.04	Pd=0.96	PL= -0.18 dB
Z= 40.0 Ω	|Γ|=-0.11	RL= -19.08 dB	VSWR=1.25	Pr=0.01	Pd=0.99	PL= -0.05 dB
Z= 50.0 Ω	|Γ|=0.00	RL= -inf dB	VSWR=1.00	Pr=0.00	Pd=1.00	PL= 0.00 dB
Z= 62.5 Ω	|Γ|=0.11	RL= -19.08 dB	VSWR=1.25	Pr=0.01	Pd=0.99	PL= -0.05 dB
Z= 75.0 Ω	|Γ|=0.20	RL= -13.98 dB	VSWR=1.50	Pr=0.04	Pd=0.96	PL= -0.18 dB
Z= 100.0 Ω	|Γ|=0.33	RL= -9.54 dB	VSWR=2.00	Pr=0.11	Pd=0.89	PL= -0.51 dB
Z= 150.0 Ω	|Γ|=0.50	RL= -6.02 dB	VSWR=3.00	Pr=0.25	Pd=0.75	PL= -1.25 dB
Z= 250.0 Ω	|Γ|=0.67	RL= -3.52 dB	VSWR=5.00	Pr=0.44	Pd=0.56	PL= -2.55 dB
Z= 500.0 Ω	|Γ|=0.82	RL= -1.74 dB	VSWR=10.00	Pr=0.67	Pd=0.33	PL= -4.81 dB

Noen observasjoner fra tabellen

- VSWR tilsvarer forholdet Z/Zo eller Zo/Z, den av dem som er > 1.
- Over ca 3.0 spiller det ikke så stor rolle hva VSWR egentlig er, tilpasningen er allerede for dårlig.
- Vi vil helst holde oss under 2.0

Beslektede

- $\Gamma = (Z - Z_o) / (Z + Z_o)$
- Return Loss I dB = $10 \cdot \log (|\Gamma|^2)$
- VSWR = $(1+|\Gamma|)/(1-|\Gamma|)$